

## MODUL PRUŽNOSTI BETÓNU

Ing. Patrik Ševčík, Ing. Iveta Najdená, TSÚS, n. o., pobočka Bratislava  
Recenzoval: doc. Ing. Jaroslav Halvonik, PhD., Stavebná fakulta, STU v Bratislave

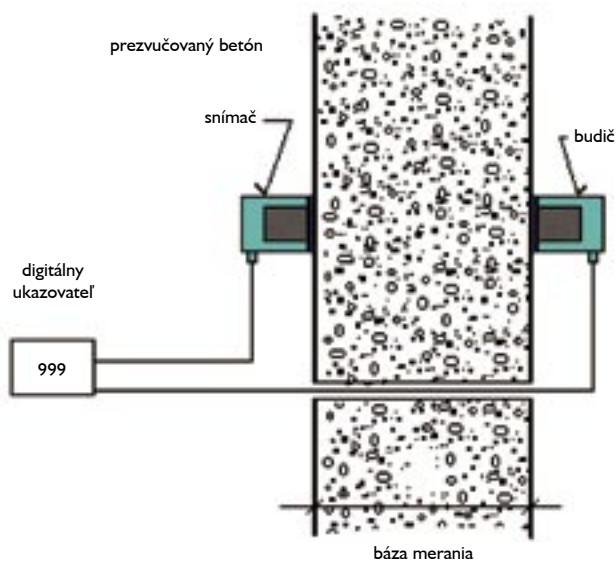
**Abstrakt:** Modul pružnosti – dôležitá charakteristika betónu vypovedajúca o pretvárných vlastnostiach betónu a ovplyvňujúca deformačné správanie betónových konštrukcií. Metódy stanovenia (dynamický a statický modul pružnosti v tlaku), komparácia normových hodnôt statického modulu pružnosti betónu v tlaku s reálnymi hodnotami získanými skúškou. Význam zohľadnenia charakteristiky aj v procese návrhu zloženia betónu (špecifikácia).

Pôsobením vonkajšieho zaťaženia na teleso dochádza k jeho deformácii, ktorej charakter závisí od druhu pôsobiacej sily, teda od charakteru napätí v priereze. Pri pôsobení tlakových síl vznikajú tlakové napätia spôsobujúce zmenšenie rozmerov telesa/konštrukcie v smere pôsobiacej sily (stlačenie materiálu), pôsobením ťahových síl vznikajúce ťahové napätia majú za následok zväčšenie rozmeru telesa/konštrukcie v smere pôsobiacej sily (natiahnutie materiálu). V závislosti od schopnosti materiálu po skončení pôsobenia sily (po odľahčení telesa) nadobudnúť svoj pôvodný tvar a rozmery, resp. zostať v deformovanej podobe ide o deformáciu pružnú, resp. plastickú. Veľkosť deformácie materiálu sa vyjadruje formou pomerného pretvorenia  $\varepsilon$  – predstavuje pomer zmeny rozmeru (prírastok – pomerné predĺženie, úbytok – pomerné skrátenie) k pôvodnému rozmeru

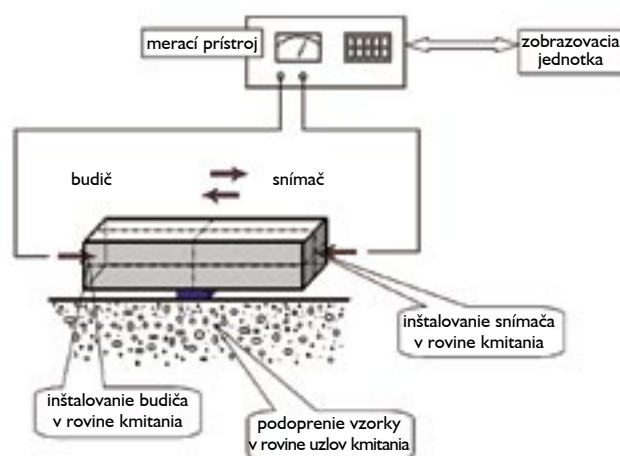
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (1)$$

kde  $\varepsilon$  je pomerné pretvorenie,  
 $\Delta l$  – zmena dĺžky (mm),  
 $l_0$  – pôvodná dĺžka telesa (mm).

Vzhľadom na skutočnosť, že betón je materiál, ktorý prenáša v konštrukcii hlavne tlakové napätia, dôležité je predovšetkým jeho pružné správanie pri tlakovom namáhaní. Pri takomto namáhaní dochádza k zmenšeniu rozmeru v smere pôsobiacej sily.



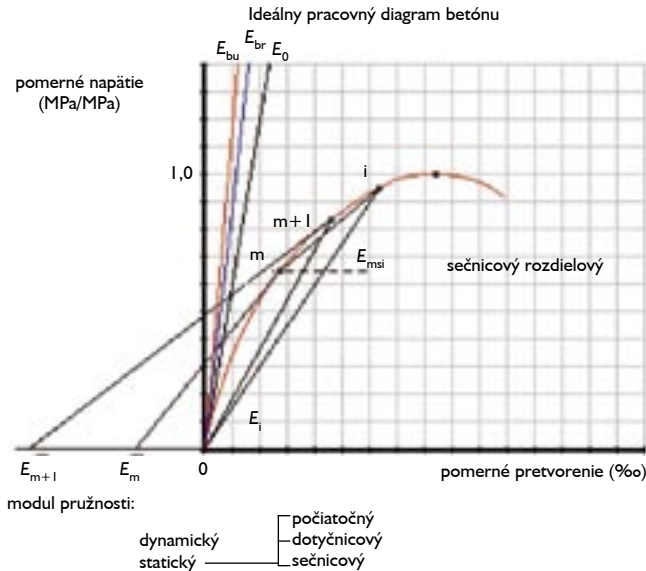
**Obr. 1** Schéma merania pri protíľahlej polohe sond (protíľahlé prezvučovanie)



**Obr. 2** Schéma merania

Modul pružnosti  $E$  je dôležitou vlastnosťou betónu pri navrhovaní betónových konštrukcií – s jeho rastúcou hodnotou sa znižujú deformácie betónu a betónových konštrukcií (priehyby, skrátenia a pod.), čo je dôležité pri náročných inžinierskych konštrukciách (estakády, mosty, veľkorozponové stropné a strešné konštrukcie priemyselných hál atď.). Vo všeobecnosti platí, že jeho hodnota narastá s rastúcou hodnotou pevnosti betónu, táto závislosť však nie je lineárna.

Hodnotu modulu pružnosti betónu ako kompozitného materiálu ovplyvňuje predovšetkým kvalita jeho zložiek (druh, pôvod, čistota), ich vzájomný pomer a pevnosť spoja medzi zrnom kameniva a cementovým kameňom. Výsledná hodnota modulu pružnosti betónu sa nachádza medzi modulom pružnosti kameniva (v závislosti od jeho pôvodu sa modul pružnosti prírodného kameniva pohybuje v týchto rozpätiach: od 30 do 100 GPa (vyvreté horniny), od 10 do 70 GPa (usadené horniny), od 30 do 85 GPa (premenené horniny)) a modulom pružnosti cementového kameňa (od 5 do 25 GPa). Jeho hodnotu výraznejšie ovplyvňuje kamenivo (vyplňa od 70 do 80 % objemu betónu), s rastúcou hodnotou modulu pružnosti kameniva rastie aj modul pružnosti betónu. Vplyv druhu kameniva na pružné pretvorenia betónu sa zohľadňuje aj v STN EN 1992-1-1 [1], čl. 3.1.3, ods. 2 – v tabuľke č. 3.1 Pevnostné a pretvárne charakteristiky betónu sú uvedené hodnoty modulu pružnosti  $E_{cm}$  pre betón s kremičitým kamenivom. V prípade použitia iného kameniva sa hodnota upravuje: pre kamenivo z usadených hornín sa redukuje, napríklad pre vápencové kamenivo o 10 %, v prípade pieskovcového kameniva až o 30 %, pri použití čadiča (vyvreté horniny) sa zvyšuje o 30 %.



Obr. 3 Porovnanie hodnôt modulov pružnosti betónu

Pri súčasnom stave vývoja navrhovania a technológie výstavby betónových konštrukcií sa dominantnou stáva požiadavka na trvanlivosť, nie je však bežné, aby v súlade s tým boli projektantom špecifikované, do špecifikácie betónu zahrnuté a v realizačnej fáze výstavby sledované aj príslušné požiadavky na pretvárne vlastnosti betónu. V súčasnosti platné technické špecifikácie, resp. normy pre betón STN 73 1210 [2], STN 73 6123 [3] uvedenú vlastnosť nezohľadňujú a požiadavky na hodnoty modulu pružnosti betónu nepredpisujú. Výnimku predstavuje STN EN 206-1 [4], ktorej národná príloha (platnosť od júna 2009) STN EN 206-1/NA, čl. 5.5.8, čl. 6.2.3 umožňuje špecifikátorovi zadefinovať hodnotu statického modulu pružnosti ako dopĺňajúcu požiadavku na betón v rámci špecifikácie navrhovaného betónu. Táto požiadavka sa premietne aj do označenia navrhovaného betónu (napríklad Betón C 30/37 – XC3, XA3, XD1(SK) – Cl 0,4 – D<sub>max</sub> 16 – S4 – statický modul pružnosti 34 GPa) a následne do plánu výrobný-kontrolných skúšok (overovanie charakteristiky) – minimálna frekvencia podľa tabuľky 17 citovanej národnej prílohy.

Projektanti pri statickom výpočte pracujú aj s touto charakteristikou  $E_{cm}$  (STN EN 1992-1-1 [1], tabuľka č. 3.1, napr. pre C 12/15 je hodnota 27 GPa, pre C 55/67 je to 38 GPa), ale uvedené hodnoty sú normové hodnoty odvodené pre jednotlivé pevnostné triedy betónu v tlaku, ktoré nemusia predstavovať reálne hodnoty dosiahnuté na stavbe (nezohľadnenie zloženia betónu – betóny s rovnakou pevnosťou v tlaku nemusia mať rovnaký modul pružnosti). Tento prístup navyše predpokladá, že projektant pozná druh kameniva, ktoré bude použité. Pri konštrukciách náročných z hľadiska deformácií je preto nutné predpísať aj modul pružnosti a premietnuť ho do špecifikácie betónu.

### Modul pružnosti betónu v tlaku – metódy stanovenia

Modul pružnosti sa stanovuje statickými (nedeštruktívnymi) skúškami [5], [6] ako dynamický modul pružnosti ( $E_{br,L}$  – stanovenie rezonančnou metódou,  $E_{bu}$  – stanovenie ultrazvukovou impulznou metódou) a dynamickou (deštruktívnou) skúškou ako statický modul pružnosti betónu v tlaku ( $E_c$ ).

Tieto dva skúšobné postupy nedávajú rovnaké hodnoty modulu pružnosti betónu v tlaku (platí, že  $E_{br,L} \geq E_c$ ;  $E_{bu} \geq E_c$ ; keďže pri nedeštruktívnom stanovení modulu pružnosti nie je betón

vystavený reálnemu zaťaženiu, a teda v skúšobnom telese nie sú žiadne napätia, nedochádza ani k vzniku mikrotrhlín na rozhraní kameniva a cementového kameňa). Výhodou je, ak sa obe skúšky vykonávajú súčasne.

### Dynamický modul pružnosti betónu v tlaku

#### Ultrazvuková impulzná metóda

Je založená na meraní rýchlosti šírenia impulzov pozdĺžneho ultrazvukového vlnenia v betóne (na základe zistenia času prechodu čela zväzku ultrazvukového vlnenia na dráhe medzi snímačom a budičom). Jej prednosťou je možnosť vykonávania skúšok v laboratórnom prostredí (na skúšobných telesách), ako aj v prostredí stavby (dielce, konštrukcie).

Požiadavky na podmienky skúšania (teplota betónu, parametre ultrazvukového impulzového budiča a jeho kalibrácia, dĺžka meracej základne, kvalita povrchu betónu v meranej základni, umiestnenie sond – poloha sond /protiľahlá, šikmá, na povrchu ...) a postup skúšania a vyhodnotenie nameraných hodnôt sa stanovujú v STN 73 1371 [7]. Schéma merania pri protiľahlej polohe sond sa uvádza na obr. 1.

Hodnota dynamického modulu pružnosti sa určí zo vzťahu:

$$E_{bu} = \rho \cdot v_L^2 \cdot \frac{1}{k^2} \cdot 10^{-6} \quad (2)$$

kde  $E_{bu}$  je dynamický modul pružnosti (N/mm<sup>2</sup>) (MPa),  
 $\rho$  – objemová hmotnosť betónu (kg/m<sup>3</sup>),  
 $v_L$  – impulzová rýchlosť pozdĺžneho UZ vlnenia (m/s),  
 $k$  – súčiniteľ rozmernosti prostredia.

Hodnoty súčiniteľa  $k_2$  (dvozmerné prostredie – tenké dosky) a  $k_3$  (trojzmerne prostredie – kocky, kvádre, valce, nosníky) sú uvedené v tabuľke 1 citovanej normy. Pre jednorozmerné prostredie (prúty) je  $k_1 = 1$ .

#### Rezonančná metóda

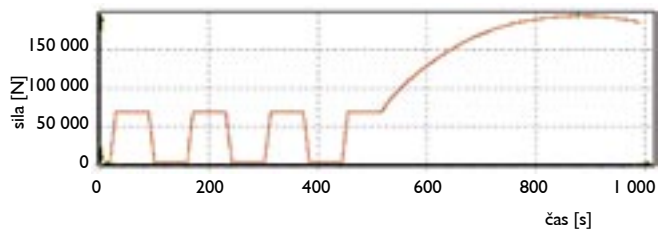
Podstata metódy spočíva v stanovení prvej vlastnej frekvencie (frekvencia kmitania skúšobného telesa, pri ktorej sú amplitúdy maximálne) skúšobného telesa. Použitie rezonančnej metódy na určenie fyzikálno-mechanických vlastností betónu je založené na vzťahoch medzi vlastnými kmitočtami kmitania (frekvenciou) a pružnosťou betónu.

Zásady a metodika skúšania sú uvedené v STN 73 1372 [8]. Pri skúške sa skúšobné teleso (hranol s pomerom veľkosti hrán alt. 1 : 1 : 3, 1 : 1 : 4, 1 : 1 : 4,67 alebo 1 : 1 : 5) uloží na podklad tak, aby sa neobmedzoval jeho pohyb pri kmitaní a kmitanie podložky bolo mimo rozsahu vlastného kmitania telesa. Spravidla sa používa gumová podložka. Na teleso sa následne priložia sondy skúšobného prístroja a generuje sa kmitanie s meniacim sa kmitočtom. Na indikačnom zariadení sa súčasne sleduje amplitúda kmitania telesa. Maximálna amplitúda ukazuje vznik rezonancie, teda zhody kmitočtu budiaceho oscilátora s vlastným kmitočtom skúšobnej vzorky. Schéma merania sa uvádza na obr. 2.

Hodnota dynamického modulu pružnosti betónu v tlaku  $E_{br,L}$  sa vypočíta zo vzťahu

$$E_{br,L} = 4 \cdot L^2 \cdot f_L^2 \cdot \rho \quad (3)$$

kde  $L$  je dĺžka skúšobnej vzorky (m),  
 $f_L$  – prvý vlastný kmitočet pozdĺžneho kmitania skúšobnej vzorky (kHz),  
 $\rho$  – objemová hmotnosť betónu (kg/m<sup>3</sup>).



Obr. 4 Grafický priebeh cyklovania – priebeh zaťažovacej sily v čase

Pre potreby výpočtu pretvorenia konštrukcie sa zo zistených dynamických modulov pružnosti betónu v tlaku stanovuje hodnota statického modulu pružnosti betónu v tlaku  $E_{c,stat}$  – vzhľadom na heterogénnosť štruktúry betónu a rozdielne princípy stanovenia dvoch typov modulu pružnosti nie je možné určiť jednoznačný vzťah medzi statickým a dynamickým modulom pružnosti. Napriek tomu sa v odbornej literatúre uvádzajú určité empirické vzťahy medzi týmito modulmi pružnosti:

$$E_{c,stat} = E_{bu} \cdot \chi_u \quad (4)$$

kde  $E_{bu}$  je dynamický modul pružnosti (UZ) (N/mm<sup>2</sup>),  
 $\chi_u$  – zmenšovací súčiniteľ (podľa STN 73 2011).

$$E_{c,stat} = E_{br} \cdot \chi_r \quad (5)$$

kde  $E_{br}$  je dynamický modul pružnosti (RZ) (N/mm<sup>2</sup>),  
 $\chi_r$  – zmenšovací súčiniteľ (podľa STN 73 2011).

Porovnanie hodnôt modulov pružnosti betónu sa uvádza na obr. 3.

### Statický modul pružnosti betónu v tlaku

Modul pružnosti možno definovať ako pomer napätia a ním vyvolaného pretvorenia – určuje sa z reálneho napätia a deformácie telesa vystaveného namáhaniu. Na stanovenie statického modulu pružnosti betónu v tlaku na skúšobnom telese z vytvrdnutého betónu (vyrobené vo forme alebo odobraté zo stavebnej konštrukcie) platí v Slovenskej republike STN ISO 6784 [10].

Ako skúšobné telesá sa v zmysle normy prednostne používajú valce s priemerom 150 mm a výškou 300 mm (vhodné najmä pri odbere betónu z hotovej konštrukcie), použiť však možno akékoľvek vzorky, ak spĺňajú podmienku, že pomer dĺžka/priemer (dĺžka strany) sú v intervale  $2 \leq L/d \leq 4$  a priemer (dĺžka strany)  $d$  je minimálne 4-násobok veľkosti maximálneho zrna kameniva v betóne. Najčastejšie sa používajú betónové hranoly rozmerov 100 × 100 × 400 mm. Požiadavky na skúšobné telesá (výroba, rozmery, ošetrovanie) sú uvedené v STN EN 12390-1 [11] a v STN EN 12390-2 [12]. V prípade, že vzorka je vyvrátaná alebo vyrezaná z konštrukcie a tieto požiadavky nemôžu byť splnené, výsledok skúšky sa považuje za informatívny.

Skúšobný lis musí spĺňať požiadavky STN EN 12390-4 [13]. Zariadenie by malo byť schopné vyvodiť požadované zaťaženie so stanoveným časovým nárastom napätia a udržiavať ho na požadovanej hodnote. Pri požiadavke na získanie reziduálnej vetvy pracovného diagramu je potrebné, aby zariadenie bolo schopné regulovať zaťaženie v závislosti na deformácii vzorky.

Zariadenie na meranie dĺžkových zmien musí mať dĺžku meracej základne minimálne 2/3 priemeru (dĺžky strany) vzorky a musí byť pripojené takým spôsobom, že meracie body sú rovnako vzdialené od koncov vzorky a taktiež vo vzdialenosti nie menšej než 1/4 dĺžky od koncov skúšanej vzorky. Zmeny dĺžky musia byť merané na minimálne dvoch opačných stranách vzorky. Presnosť merania musí byť minimálne  $\pm 5 \times 10^{-6}$ .

Statický modul pružnosti v tlaku  $E_c$  sa stanovuje ako sečnicový modul, počítaný z rovnice

$$E_c = \frac{\Delta \delta}{\Delta \epsilon} \quad (6)$$

### Stanovenie statického modulu pružnosti

Skúšobné teleso s osovo pripojenými meracími prístrojmi sa centrálné umiestni v skúšobnom zariadení. Aplikuje sa základné napätie  $\sigma_b = 0,5$  N/mm<sup>2</sup>. Namerané hodnoty sily a deformácií sa kontinuálne spracúvajú a zaznamenávajú. Následne sa rovnomerne zvýši napätie rýchlosťou  $0,6 \pm 0,4$  N/mm<sup>2</sup> za sekundu až po hodnotu  $\sigma_a = 1/3$  očakávanej hodnoty pevnosti v tlaku (očakávaná pevnosť v tlaku sa určí na telesách rovnakej veľkosti a tvaru, ktoré boli vyrobené a ošetrované za rovnakých podmienok ako telesá určené na stanovenie statického modulu pružnosti).

Toto napätie sa udržiava 60 sekúnd. V prípade, že sa jednotlivé pretvorenia líšia od priemernej hodnoty o viac než 20 %, je potrebné skúšku prerušiť, teleso opätovne vycentrovať a skúšku zopakovať. Ak nie je možné zredukovať rozdiely na hodnoty menšie ako 20 % je potrebné upraviť rovinnosť koncov telies alebo teleso vylúčiť.

V prípade, ak je centrovanie vzorky dostatočne presné, zaťaženie sa zníži rovnakým spôsobom ako počas zaťažovania na hodnotu základného napätia. Následne sa vykonajú minimálne dva ďalšie zaťažovacie cykly s použitím rovnakých zaťažovacích a odľahčovacích úrovní, na ktorých sa udržiava konštantné napätie ( $\sigma_a$  a  $\sigma_b$ ) počas 60 sekúnd. Po skompletizovaní posledného zaťažovacieho cyklu a počas 60-sekundového čakania pri napätí  $\sigma_b$  sa vzorka opätovne zaťaží na napätie  $\sigma_a$  a na skúšobnej vzorky sa zvýši zaťaženie až do porušenia. Grafický priebeh cyklovania sa uvádza na obr. 4.

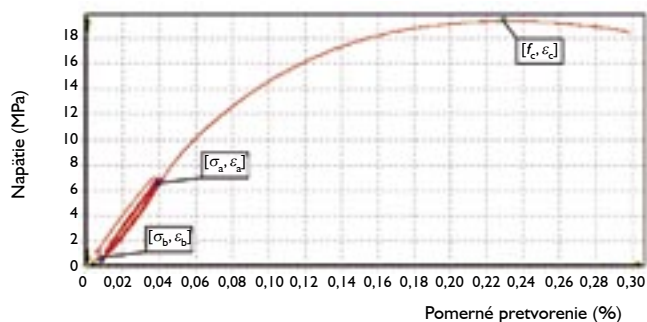
Priemerné pomerné pretvorenia  $\epsilon_a$  a  $\epsilon_b$  sa vypočítajú zo všetkých meraných miest v meranom zaťažovacom cykle nasledujúcom po centrovaní a vykonaní minimálne dvoch predbežných zaťažovacích cyklov.

Statický modul pružnosti v tlaku  $E_c$  sa určí zo vzťahu

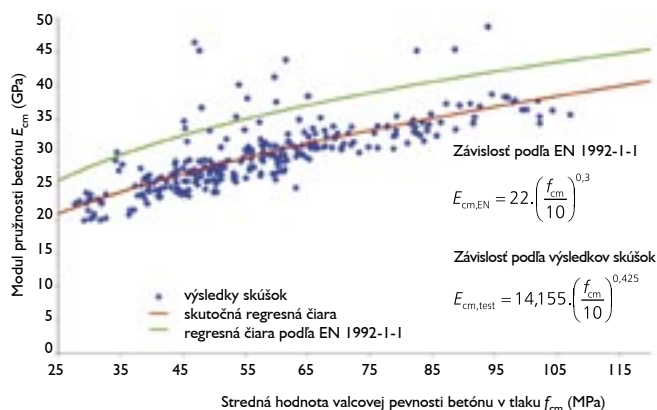
$$E_c = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \epsilon} = \frac{\sigma_a - \sigma_b}{\epsilon_a - \epsilon_b} \quad (7)$$

kde  $\sigma_a$  je horné zaťažovacie napätie (N/mm<sup>2</sup>) (1/3 z maximálneho napätia  $f_c$ ),  
 $\sigma_b$  – základné napätie (0,5 N/mm<sup>2</sup>),  
 $\epsilon_a$  – priemerné pomerné pretvorenia pri hornom zaťažovacom napätí,  
 $\epsilon_b$  – priemerné pomerné pretvorenia pri základnom napätí.

Body:  $[\sigma_a, \epsilon_a]$ ;  $[\sigma_b, \epsilon_b]$ ;  $[f_c, \epsilon_c]$  použité pri stanovení statického modulu pružnosti sú znázornené na obr. 5.



Obr. 5 Stanovenie statického modulu pružnosti



Obr. 6 Analýza závislosti modulu pružnosti na pevnosti betónu v tlaku zo súboru skúšok vykonaných TSÚS za obdobie apríl 2008 až september 2009

#### Praktické skúsenosti

Skúšky stanovenia statického modulu pružnosti betónu v tlaku vykonané uvedeným skúšobným postupom v období apríl 2008 až september 2009 sú graficky spracované a znázornené na obr. 6.

#### Záver

Uvedené výsledky dokumentujú, že hodnota modulu pružnosti môže prekvapiť. Teoretické predpoklady sú dobrým podkladom k návrhu zloženia betónu, ani ich splnenie nemusí však zabezpečiť bezproblémové dosiahnutie požadovaného modulu pružnosti. Veľká variabilita v používaných vstupných materiáloch a tiež typoch betónov (napríklad podľa požadovanej konzistencie) naznačuje rozdielnosť aj v dosahovaných výsledkoch modulu pružnosti. Pre výrobcu betónu z toho vyplýva potreba overenia modulu pružnosti individuálne pre každý vyrábaný betón, keď sa to požaduje, bez ohľadu na podobnosť s iným betónom v zložení alebo iných fyzikálno-mechanických vlastnostiach.

Zaujímavé porovnanie vzíde z výsledkov získaných zo skúšobných telies vyrobených a ošetrovaných v laboratóriu, vo výrobní a na stavbe. V súčasnosti sú každému známe rozdiely vyskytujúce sa medzi pevnosťou v tlaku zistenou na skúšob-

ných telesách z výroby a pevnosťou zistenou na vyrobených telesách.

Výsledky skúšok sú porovnané s „približnými“ hodnotami modulu pružnosti  $E_{cm}$  uvedenými v STN EN 1992-1-1. Vzhľadom na skutočnosť, že normové hodnoty platia pre betóny s kremičitým kamenivom a skúšky sa týkali betónov vyrobených z rôznych kamenív, vzájomné porovnanie sa prezentuje ako informačné.

Skúšanie statického modulu pružnosti betónu sa donedávna vykonávalo len veľmi sporadicky a predpokladalo sa, že platia hodnoty uvedené v tabuľkách noriem navrhovania. Výsledky skúšok za posledné obdobie však poukazujú na skutočnosť, že modulom pružnosti sa treba vážne zaoberať už v štádiu návrhu betónu.

Rozdiely v spôsobe zhotovenia a ošetrovania skúšobných telies, často nekontrolovateľné zásahy do zloženia betónu (najmä pridávanie vody) sú len niektoré z faktorov, ktoré pravdepodobne ovplyvnia získané výsledky modulu pružnosti. Ďalšou nemenej dôležitou stránkou popisovanej problematiky je nevyhnutnosť existencie dôveryhodných skúšobní so skúsenosťami a primeraným prístrojovým vybavením.

#### Literatúra

- [1] STN EN 1992-1-1: 2006 Eurokód 2. Navrhovanie betónových konštrukcií. Časť 1-1: Všeobecné pravidlá a pravidlá pre budovy STN EN 1992-1-1/NA: 2007  
STN EN 1992-1-1/AC: 2008
- [2] STN 73 1210: 2006 Vodotesný betón a betóny osobitných vlastností
- [3] STN 73 6123: 1996 Stavba vozoviek. Cementobetónové kryty  
STN 73 6123/Z1: 2004  
STN 73 6123/Z2: 2005  
STN 73 6123/Z1/O1: 2006  
STN 73 6123/Z2/O1: 2006
- [4] STN EN 206-1: 2002 Betón. Časť 1: Špecifikácia, vlastnosti, výroba a zhoda  
STN EN 206-1/A1: 2004  
STN EN 206-1/A2: 2005  
STN EN 206-1/NA: 2009
- [5] STN 73 2011: 1986 Nedeštruktívne skúšanie betónových konštrukcií  
STN 73 2011/a: 1988
- [6] STN 73 1370: 1981 Nedeštruktívne skúšanie betónu. Spoločné ustanovenia  
STN 73 1370/a: 1989
- [7] STN 73 1371: 1981 Ultrazvuková impulzová metóda skúšania betónu
- [8] STN 73 1372: 1981 Rezonančná metóda skúšania betónu
- [9] Nedeštruktívne skúšanie v stavebníctve (Zborník, Kurz Domu techniky ČSVTS, september 1986)
- [10] STN ISO 6784: 1993 Betón. Stanovenie statického modulu pružnosti v tlaku
- [11] STN EN 12390-1: 2001 Skúšanie zatvrdnutého betónu. Časť 1: Tvar, rozmery a iné požiadavky na skúšobné telesá  
STN EN 12390-1/AC: 2005
- [12] STN EN 12390-2: 2009 Skúšanie zatvrdnutého betónu. Časť 2: Výroba a príprava skúšobných telies na skúšky pevnosti
- [13] STN EN 12390-4: 2001 Skúšanie zatvrdnutého betónu. Časť 4: Pevnosť v tlaku – Požiadavky na skúšobné stroje